

PROJETO DE CONTROLE NEBULOSO ATRAVÉS DO MÉTODO DA FUNÇÃO DESCRITIVA COM PREVISÃO DE CICLOS LIMITES.

FELIPE A. GUIMARÃES, OTACÍLIO M. ALMEIDA, RICARDO T. PONTES.

Laboratório da Automação e Controle, Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal do Ceará

Campus Do Pici, Caixa Postal 6001, CEP 60455-760, Fortaleza-Ceará
E-mails: feeliipe@click21.com.br, otacilio@dee.ufc.br, ritchthe@dee.ufc.br

Abstract— Limit-cycle phenomenon that can be observed in the systems composed of nonlinear elements as a fuzzy controller (FC). The phenomenon degrades the control loop performance and induces the system to global instability. Describing function is a technique to model non-linear system in the frequency domain. From reasonable assumptions made on the structure of the FC, the describing function is derived. With the FC describing function a systematic method to design the control loop without limit-cycles is derived. Computer simulations and industrial practical experiment are performed to show how the analyses in the paper is used and to evaluate the performance.

Keywords— Non-linear systems, fuzzy control, limit-cycle, describing functions.

Resumo— Em sistemas compostos de elementos não lineares tais como um controlador nebuloso é provável a existência de ciclos limites se os parâmetros de projeto não forem adequados. Os ciclos limites deterioram o desempenho da malha de controle provocam oscilações indesejadas e levam o sistema para regiões de instabilidades globais. Com o uso da função descritiva para determinar a função de transferência de controladores nebulosos é possível projetar malhas de controle livres da existência de ciclos limites. Neste artigo apresenta-se uma forma sistemática de projeto de malhas controle nebulosos sem ciclos limites e com garantia de estabilidade global do sistema. Estudo de casos e aplicação prática em um processo industrial de túnel de vento radial é apresentado para avaliar o desempenho do método proposto.

Palavras-chave— Sistemas não lineares, controle nebuloso, ciclos limites, funções descritivas

1 Introdução

A teoria dos conjuntos nebulosos foi desenvolvida a partir de 1965 por Zadeh (Zadeh, 1965; Zadeh, 1978). Como resultados foram introduzidos os conceitos da lógica nebulosa, a qual constitui uma das tecnologias emergentes bem sucedida no desenvolvimento de sistemas de controle complexos (Zadeh, 1973; Mendel, 1995; Castro, 1995; Hirota & Sugeno, 1995). Entretanto, mesmo com o grande número de trabalhos a nível acadêmico e industrial, investigações em busca de formas sistemáticas de projeto dos controladores nebulosos, que garantam desempenho estável e robusto, continuam sendo um desafio (Hu et al., 1999).

Um controlador nebuloso (CN) é um sistema de controle baseado na lógica nebulosa, também conhecida como lógica difusa ou lógica “Fuzzy”. Também pode ser considerado como uma espécie de sistema especialista, baseado em conhecimento, que contém no algoritmo de controle, um conjunto de regras do tipo:

Se <premissa> Então <conclusão>

O conhecimento, representado na base de regras, é derivado da heurística, experiência e intuição de especialistas em controle de processos, assim como do conhecimento teórico e prático da dinâmica do sistema a ser controlado.

Ao contrário dos controladores convencionais, em que o algoritmo de controle é descrito analiticamente por equações matemáticas, algébricas ou diferenciais, um controlador nebuloso utiliza regras lógi-

cas e mecanismos de decisão na sua estrutura. A figura 1 ilustra a estrutura básica de um controlador nebuloso (Lee, 1995a e 1995b; Zhao et al., 1993). Esta estrutura pode apresentar pequenas modificações dependendo do objetivo de projeto ao qual se propõe, sendo, no entanto, adequada para o acompanhamento do fluxo de informações no sistema.

A primeira aplicação industrial de CN foi o controle de um forno para produção de cimento pela Smidth Co. Ltda em Copenhague, Dinamarca (Holmblad e Ostergaad, 1982). A metodologia baseada em conjuntos nebulosos, neste caso, visou a aquisição da experiência operacional dos operadores e engenheiros no controle manual do processo industrial. Após este trabalho pioneiro, as vantagens e simplicidade do projeto dos CNs motivaram o emergente desenvolvimento acadêmico e comercial de ambientes e ferramentas de *software* e *hardware*.

O projeto um CN para uma ou duas dimensões está bem consolidado por diversos trabalhos apresentados na literatura (Hu et al., 1999; Coelho, Almeida e Coelho, 2003). Atualmente as pesquisas estão sendo direcionadas para o estudo de estabilidade, controlabilidade, observabilidade e robustez (Kim, Lee e Park, 2000) considerando os aspectos de não linearidade dos controladores. Um dos fenômenos não lineares observados em malhas de CN correspondem à existência de ciclos limites. Aracil e Gordillo (Aracil, Ollero e Garcia-Cerezo, 1989; Gordillo, Aracil, Álamo, 1997) demonstraram que embora o sistema apresente propriedades de estabilidade local, com a existência de ciclos limites não existem garantias de estabilidade global. Na presença de ciclos limites,

uma pequena perturbação em torno do ponto de operação pode levar o sistema à instabilidade global.

Neste trabalho um controlador nebuloso é aplicado a processos em escala industrial. Para garantir a não existência de oscilações ou ciclos limites global do controlador no ponto de equilíbrio, uma modelagem do CN através do método da função descritiva é utilizada para estabelecer os parâmetros do controlador, tais como as escalas e formas das funções de pertinência do conjunto nebuloso de entrada e saída.

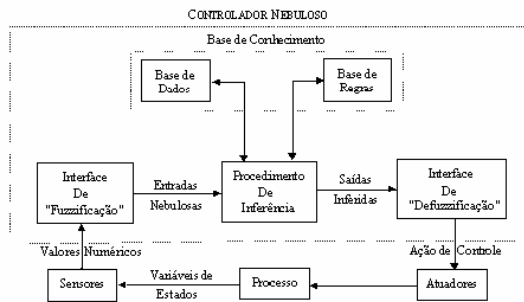


Figura 1. Estrutura básica de um controlador nebuloso.

Este artigo está organizado com segue: na seção 2 é mostrada a estrutura do controlador nebuloso juntamente com suas equações. Na seção 3 são descritos os conceitos da função descritiva do CN, na seção 4 são determinados os ciclos limites. Na seção 5 é mostrada a função descritiva analítica do CN utilizado. Na seção 6 são mostrados os resultados da determinação dos ciclos limites no processo real e na seção 6 são mostradas as conclusões.

2 Estrutura do Controlador Nebuloso.

O controlador nebuloso utilizado neste trabalho utiliza regras de Mandani cuja estrutura geral é esquematizada na figura 1. As funções de pertinências do controlador são apresentadas nas figuras 2 e 3 respectivamente.

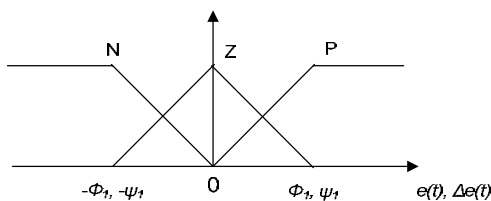


Figura 2. Funções de pertinência das entradas.

Por simplicidade e para facilitar a apresentação dos cálculos dos ciclos limites do controlador, funções de pertinência simétricas com *singleton* na saída são utilizadas.

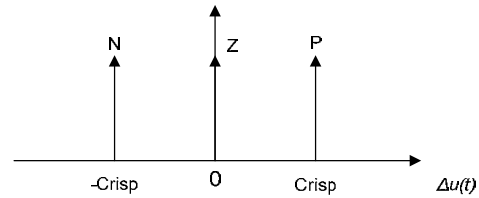


Figura 3 – Função de pertinência da saída.

A base de regras do controlador é bem conhecida e está descrita na tabela 1.

Tabela 1 - Base de regras utilizada.

		Δe(t)		
		N	Z	P
e(t)	N	N	N	Z
	Z	N	Z	P
	P	Z	P	P

Diante dessas funções de pertinência e com essa base de regras, a saída do controlador nebuloso é dada por:

$$\Delta u = -FN_e.FN_{de.Crisp} - FN_e.FZ_{de.Crisp} - FZ_e.FN_{de.Crisp} + FZ_e.FP_{de.Crisp} + FP_e.FZ_{de.Crisp} + FP_e.FP_{de.Crisp} \quad (1)$$

$$\Delta u = -Crisp(FN_e.FN_{de} + FN_e.FZ_{de} + FZ_e.FN_{de}) + Crisp(FZ_e.FP_{de} + FP_e.FZ_{de} + FP_e.FP_{de}) \quad (2)$$

Considerando a simetria das funções de pertinência, tanto no processo de fuzzificação como no de defuzzificação, e introduzindo as equações das funções de pertinência da entrada na equação (2) a saída do controlador é dada por:

$$\Delta u = Crisp \left[\left(1 - \frac{e}{\phi_1} \right) \cdot \frac{de}{\psi_1} + \frac{e}{\phi_1} \cdot \left(1 - \frac{de}{\psi_1} \right) + \frac{e}{\phi_1} \cdot \left(\frac{de}{\psi_1} \right) \right] \quad (3)$$

$$\Delta u = Crisp \left[\left(\frac{de}{\psi_1} - \frac{e.de}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right) + \left(\frac{e}{\phi_1} - \frac{e.de}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right) + \left(\frac{e.de}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right) \right] \quad (4)$$

$$\Delta u = Crisp \left[\left(\frac{de}{\psi_1} \right) + \left(\frac{e}{\phi_1} - \frac{e.de}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right) \right] \quad (5)$$

$$\Delta u = Crisp \left[\frac{\phi_1 \cdot de + \psi_1 \cdot e - e \cdot de}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right] \quad (6)$$

A equação (6) mostra a saída do controlador nebuloso a partir dos limites das funções de pertinência da fuzzificação, da função de pertinência da defuzzificação, do erro e da derivada do erro.

3 Função descritiva do controlador nebuloso.

O método da função descritiva é uma extensão da análise no domínio da frequência usada em sistemas lineares para sistemas não lineares. Para aplicar esta técnica, o sistema deve ser considerado em malha fechada conforme a Figura 4.

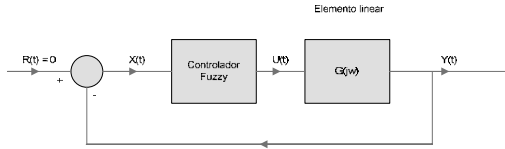


Figura 4 – Sistema não linear.

Para a análise no domínio da frequência, a parte linear da Figura 4 é representada pela função de transferência $G(j\omega)$ e a parte não-linear é representada pela função de transferência $N(A, \omega)$, denominada de função descritiva (KALIL, 1996).

Por definição a função descritiva de um elemento não linear corresponde à relação complexa no domínio de frequência da componente fundamental da saída do elemento pela entrada senoidal. Considerando a entrada $x(t) = A \sin \omega t$, a expansão de Fourier para a saída do sistema de $u = f(x, \dot{x})$ pode ser obtida como segue (Kim, Lee e Park, 2000):

$$u(t) = f(x = A \sin \omega t, \dot{x} = \omega A \cos \omega t) \quad (7)$$

Considerando uma entrada senoidal no elemento não linear, que neste caso corresponde ao CN, a saída é dada por

$$u(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) \quad (8)$$

Onde,

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) d\omega t \quad (9)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \cos(n\omega t) d\omega t \quad (10)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \sin(n\omega t) d\omega t \quad (11)$$

Por definição, a função descritiva considera apenas a componente harmônica fundamental desta forma representada por:

$$N(A, \omega) = \frac{(b_1 + ja_1)e^{j\omega t}}{Ae^{j\omega t}} = \frac{1}{A}(b_1 + ja_1) \quad (12)$$

Como observado da definição, os métodos de análise de estabilidade das funções descritivas são baseados na suposição fundamental de que a planta tem as propriedades de filtros passa-baixa que filtram as harmônicas superiores pela parte linear. Geralmente, para a maioria dos processos industriais, esta suposição é válida, no entanto se o ponto de operação das plantas consideradas são posicionados na região de altas frequências, funções descritivas de alta ordem devem ser utilizadas (Kim, Lee e Park, 2000).

4 Determinação do Ciclo limite .

Ciclos limites são estabelecidos no domínio da frequência quando o ponto de operação do sistema é definido pela interseção dos lugares geométricos da função de transferência do processo e o inverso negativo da função descritiva do elemento não linear, conforme a figura 5. O ponto de opção, neste caso, é determinado pela equação 13.

$$1 + N(A, \omega)G(j\omega) = 0 \quad (13)$$

Considerando $A = A_1$ como a amplitude da harmônica fundamental da saída do sistema em malha fechada e $\omega = \omega_1$ como sendo a frequência de oscilação do sistema, então o ciclo-limite terá amplitude A_1 e frequência $\omega_1 / 2\pi$ (KALIL, 1996). A figura 5 corresponde a um desenho dos pontos de operações definidos pelas curvas de $G(j\omega)$ e $-1/N(A, \omega)$ para diferentes frequências. Se curvas de $N(A, \omega) \times G(j\omega)$ é plotada no plano complexo, a interseção do lugar geométrico resultante com o ponto $(-1, 0)$ corresponde a uma solução da equação (13) e estabelece a existência do ciclo-limite, conforme esquematizado na figura 6 (Kim, Lee e Park, 2000).

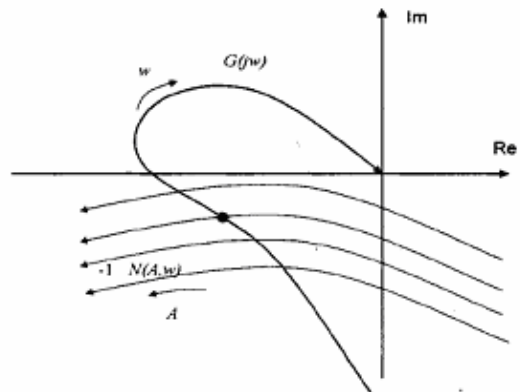


Figura 5. Detecção de ciclos-limite $G(j\omega)$ e $-1/N(A, \omega)$.

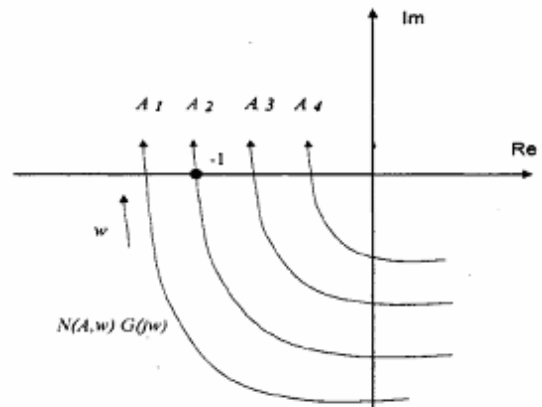


Figura 6. Detecção de ciclos-limite $N(A, \omega) \times G(j\omega)$.

5 Função descritiva analítica de um controlador lógico nebuloso.

Quando um processo é controlado através de um controlador nebuloso em malha fechada, conforme a figura 4, pode ocorrer o aparecimento de ciclos limites. Os ciclos limites deterioram a operação do sistema e se não forem controlados podem levar o sistema à instabilidade (Almeida e Coelho, 2002; Kim e Park, 2000; Gordillo, Aracil e Alamo, 1997).

Para obter a função descritiva para o controlador nebuloso considera-se os seguintes lemas e definições:

Lema 1: Supondo que o controlador nebuloso é simétrico com respeito a origem. Então o controlador nebuloso é impar não apenas em x mas também no tempo t , quando a entrada é $x(t) = A \sin \omega t$. A prova é obtida em (Euntai, Heejin e Mignon, 2000).

Lema 2: Supondo que o controlador nebuloso apresentado na figura 4 satisfaça às suposições do lema 1, se $x(t) = A \sin \omega t$, então $u(t) = -u(t - (\pi / \omega))$. A prova é obtida em (Euntai, Heejin e Mignon, 2000).

Definição 1: Supondo que a entrada $x(t) = A \sin \omega t$, $\dot{x} = \omega A \cos \omega t$ é aplicado as funções de pertinência do controlador nebuloso usado e $0 \leq A < \phi_1$ e $0 \leq \omega A < \psi_1$. Então γ_1 é definido da seguinte forma:

$$\gamma_1 \equiv \sin^{-1} \frac{\phi_1}{A} \quad (14)$$

Desenvolvendo os termos a_1 e b_1 da equação (12),

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \quad (15)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{(\pi/2)} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t + \int_0^{\pi/2} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t + \int_{-(\pi/2)}^0 u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t + \int_{\pi/2}^{\pi} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \right\} \quad (16)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{(\pi/2)} u \left(k - \frac{\pi}{\omega} \right) \cdot \cos \omega \left(k - \frac{\pi}{\omega} \right) d\omega k + \int_0^{\pi/2} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \right\} \quad (17)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\pi/2}^{\pi} u \left(k - \frac{\pi}{\omega} \right) \cdot \cos \omega \left(k - \frac{\pi}{\omega} \right) d\omega k + \int_{\pi/2}^{\pi} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \right\} + \frac{2}{\pi} \left\{ \int_0^{\pi/2} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t + \int_{\pi/2}^{\pi} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \right\} \quad (18)$$

Pelo Lema 2:

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \left\{ \int_0^{\pi} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \right\} \quad (19)$$

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{h-1} \int_{\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} u(t) \cdot \cos \omega t d\omega t \quad (20)$$

Substituindo a equação (6) na equação (20).

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\gamma_1} Crisp \left(\frac{\phi_1 \cdot de + \psi_1 \cdot e \cdot de}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right) \cdot \cos \omega t d\omega t \quad (21)$$

Substituindo $e = A \cdot \sin \omega t$ e $de = \omega \cdot A \cdot \cos \omega t$.

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\gamma_1} Crisp \left[\frac{\phi_1 \cdot A \cdot \omega \cdot \cos \omega t}{\phi_1 \cdot \psi_1} + \frac{\psi_1 \cdot A \sin \omega t}{\phi_1 \cdot \psi_1} - \frac{\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right] \cos \omega t d\omega t \quad (22)$$

De forma semelhante pode-se desenvolver para b_1

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\gamma_1} Crisp \left[\frac{\phi_1 \cdot A \cdot \omega \cdot \cos \omega t}{\phi_1 \cdot \psi_1} + \frac{\psi_1 \cdot A \sin \omega t}{\phi_1 \cdot \psi_1} - \frac{\omega^2 \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t}{\phi_1 \cdot \psi_1} \right] \sin \omega t d\omega t \quad (23)$$

Desta forma as equações 12, 22 e 23 definem a função descritiva do controlador nebuloso.

6 Análise experimental da aplicação do método da função descritiva para o projeto do Controlador Nebuloso.

Para validar o método da função descritiva para o projeto do controlador nebuloso foi utilizado um processo industrial, constituído de um ventilador centrífugo ou radial. Cujo esquemático é apresentado na figura 7.

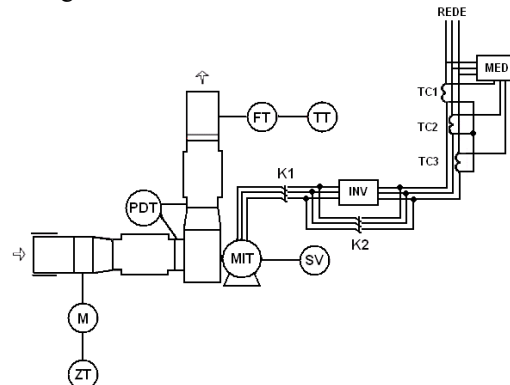


Figura 7. Ventilador centrífugo.

Tabela 2 – Lista de códigos.

Código	Descrição
FT	Transdutor de vazão
PDT	Transdutor de pressão
TT	Transdutor de temperatura
M	Damper
ZT	Transdutor de posição
K1, K2	Contactores
TC1, TC2, TC3	Transdutores de corrente
MIT	Motor de indução trifásico
INV	Inversor de frequência
SV	Sensor de velocidade do motor
MED	Medidor de grandezas elétricas

Neste tipo de processo as variáveis controladas são geralmente, vazão, pressão, temperatura e a posição do *damper*. As variáveis manipuladas são a velocidade do ventilador e o servomecanismo do *damper*. Para atingir o objetivo de controle o sistema pode se configurar do tipo *MIMO*, por exemplo, para manter a vazão e pressão constante e em determinados valores o sistema se torna *MIMO*.

Nesta aplicação em particular, somente a malha de vazão foi utilizada como objetivo de controle.

A função de transferência de baixa ordem do túnel de vento para a malha de fluxo, desconsiderando-se pressão, temperatura e posicionamento do damper determinada através do método do relé (WANG et al., 1997b) é dada por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,03167}{4,448s + 1} e^{-7s} \quad (24)$$

Esta função de transferência é utilizada para estabelecer os parâmetros de projeto do controlador nebuloso considerando a possibilidade da existência de ciclos limites quando o processo funciona em malha fechada.

Para efeito de ilustração dois projetos para o túnel de vento são apresentados. O primeiro apresenta garantias da não existência dos ciclos limites. O segundo projeto verifica-se a presença de ciclos limites.

Projetando o controlador nebuloso com os parâmetros $\phi_1 = 0,5$, $\psi_1 = 0,2$ e Crisp = 2 o sistema em malha fechada não apresenta ciclos conforme o diagrama no plano complexo da figura 8.

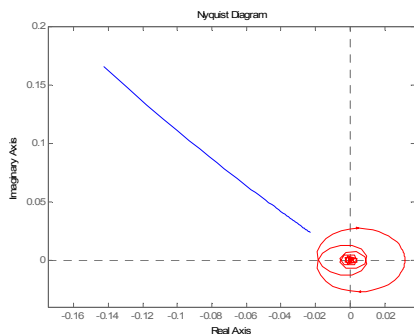


Figura 8. Diagrama de Nyquist do túnel de vento (vermelho) e do controlador nebuloso (azul). O sistema não apresenta ciclo limite.

Como estabelecido de forma teórica, como os dois lugares geométricos não se interceptam no plano complexo, pode-se afirmar que o sistema não apresenta ciclos limites. Esta condição pode ser vista no domínio do tempo conforme a figura 9.

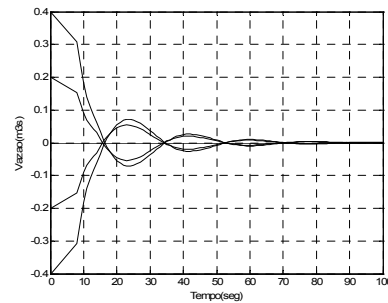


Figura 9. Resposta a regulação do sistema nebuloso sem ciclo limite.

Para o segundo caso, se as especificações para os parâmetros do controlador forem dadas por: $\phi_1 = 0,5$, $\psi_1 = 0,2$ e Crisp = 4, o sistema apresentará ciclos limites e, portanto instabilidades na resposta.

A figura 10 apresenta a situação em que ocorre a interseção dos lugares geométricos do inverso da função descritiva do controlador nebuloso e do diagrama de Nyquist do túnel de vento.

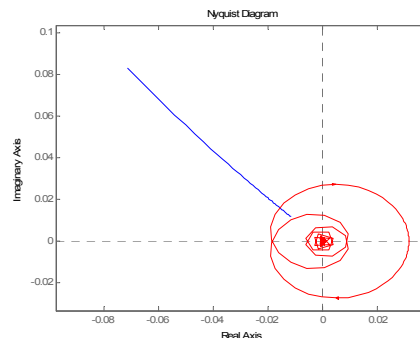


Figura 10. Diagrama de Nyquist do túnel de vento (vermelho) e do controlador nebuloso (azul). O sistema não apresenta ciclo limite.

A figura 10 apresenta a resposta do controlador nebuloso para a situação caracterizada pela presença do ciclo limite. Observa-se que as interseções dos lugares geométricos, definem ciclos limites.

A figura 11 apresenta a resposta temporal instável do sistema em malha fechada.

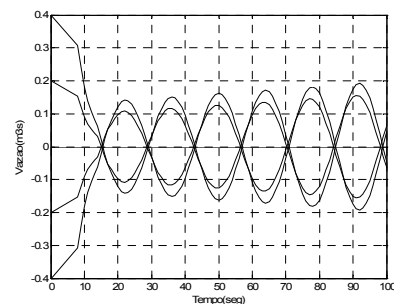


Figura 11. Resposta a regulação do sistema nebuloso com ciclo limite

Com os parâmetros do controlador nebuloso definidos para o caso sem ciclos limites, pode-se projetar a malha de controle do sistema com garantias de estabilidade. A figura 12 apresenta a tela do ambiente automático de projeto desenvolvido sobre um supervisor, rede Modbus e controladores lógicos programáveis para o túnel de vento radial.

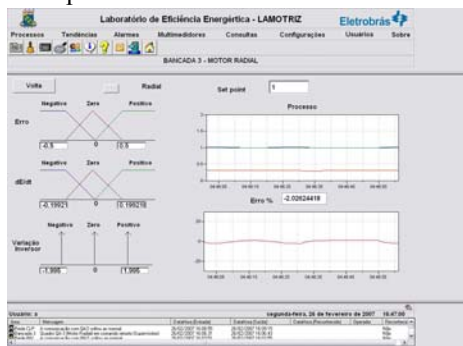


Figura 12. Tela do controle nebuloso do túnel de vento centrífugo ou radial.

A figura 13 apresenta a saída do controlador para diferentes valores de referências.

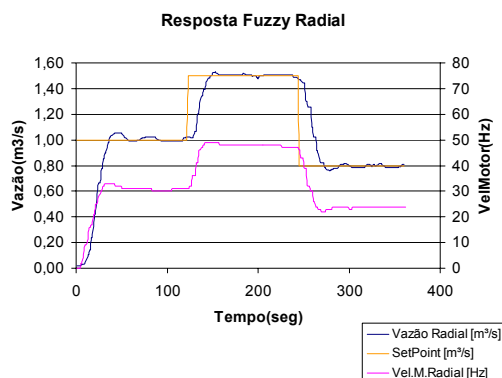


Figura 13. Resposta real do controlador nebuloso sem ciclos limites

3 Conclusão

Neste artigo apresentou-se um método sistemático de projeto de controladores nebulosos que, a partir da modelagem da função de transferência do controlador, através de funções descritivas garante a inexistência de ciclos limites na malha de controle. Os ciclos limites são evitados através de escolhas adequadas dos parâmetros do controlador. Exemplos de simulações e aplicações práticas em um processo industrial foram realizados para demonstrar a eficiência do método de projeto. Estudos de mecanismos de adaptação no contexto do artigo estão sendo realizados, assim como sua extensão para processos multivariáveis.

Agradecimentos

À Fundação Cearense de Amparo a Pesquisa – FUNCAP.

Referências Bibliográficas

- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets, *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353.
- Zadeh, L. A., (1973), "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process", *IEEE Trans. Systems Man Cybernetics*, SMC-3, pp. 28-44.
- Zadeh, L. A., (1978), "Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility", *Fuzzy Sets and Systems*, 1:3-28.
- Mendel, M. J., (1995), Fuzzy Logic Systems: for Engineering: A Tutorial, Volume 83, *Proceedings of IEEE*, March
- Castro, J. L., (1995), "Fuzzy Logic Controllers are Universal Approximators", *IEEE Trans. Systems Man Cybernetics*, 25(4):629-635, April.
- Hirota, K., Sugeno, M., (1995), "Industrial Applications of Fuzzy Technology in the World", *World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.*
- Hu, B., Mann, G. K. I., Gosine, R. G., (1999), New Methodology for Analytical and Optimal Design of Fuzzy PID Controllers, *Trans. On Fuzzy Systems*, 7(5), pp. 521-539.
- Lee, C. C., (1995a), Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - Part I, *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics*, 20(2):104-435.
- Lee, C. C., (1995b), Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller – Part II, *IEEE Trans. Systems Man Cybernetics*, 20(2):404-418, March/April.
- Zhao, Z. Y., Tomizuka, M., Isaka, S., (1993), "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers; *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, vol. 23 No. 5 September/October.
- Almeida O. M. and Coelho A. A.R.. (2002). A Fuzzy Logic Method for Autotuning a PID Controller: SISO And MIMO Systems, *IFAC - 15th Triennial World Congress*, Barcelona, Spain.
- Coelho, L. S., Almeida, O.M, Coelho, A. A. R., (2003). Projeto e estudo de caso da implementação de um sistema de controle nebuloso, *Revista Controle&Automação*, vol 14, N° 1 pp. 20 – 26.
- Aracil, J., Ollero A., e Garcia-Cerezo A. (1989). Stability indices for the global analysis of expert control system, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.* pp. 998–1007.
- Gordillo, F. Aracil, J. e Alamo T. (1997). Determining limit cycles in fuzzy control systems, *Proc. Int. Conf. Fuzzy Syst.*, Barcelona, Spain, pp. 193–198.
- Kim, E., Lee, H. e Park, M. (2000). Limit-Cycle Prediction of a Fuzzy Control System Based on Describing Function Method, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 8, No. 1, pp 11 – 22.
- Khalil, H. K. (1996). Non linear system, Prentice Hall.